

Determinar Multiplicadores de Lagrange

Determine o ponto do plano $4x + 3y + z = 2$ mais próximo e mais afastado do ponto $(1, -1, 1)$

Resposta:

$$d^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = f(x, y, z)$$

$$g(x, y, z) = 4x + 3y + (z-2) \quad \text{--- Limitação}$$

Multiplicador de Lagrange

$$\begin{cases} f'_x = \lambda g'_x \\ f'_y = \lambda g'_y \\ f'_z = \lambda g'_z \\ 4x + 3y + z = 2 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} 2(x-1) = 4\lambda \\ 2(y+1) = 3\lambda \\ 2(z-1) = \lambda \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} \lambda = \frac{x-1}{2} \\ \lambda = \frac{2(y+1)}{3} \\ \lambda = 2(z-1) \end{cases}$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{2(y+1)}{3} = \frac{2(z-1)}{1}$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{2(y+1)}{3} \\ \frac{2(y+1)}{3} = 2(z-1) \\ \frac{x-1}{2} = 2(z-1) \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} x-1 = \frac{4}{3}(y+1) \\ x-1 = 4z-4 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} z = \frac{y}{3} + \frac{4}{3} \\ x = \frac{4}{3}y + \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} z = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 1 \\ x = -\frac{4}{3} + \frac{7}{3} = 1 \\ 2(6y) = -2(6) \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

λ é o próprio ponto.